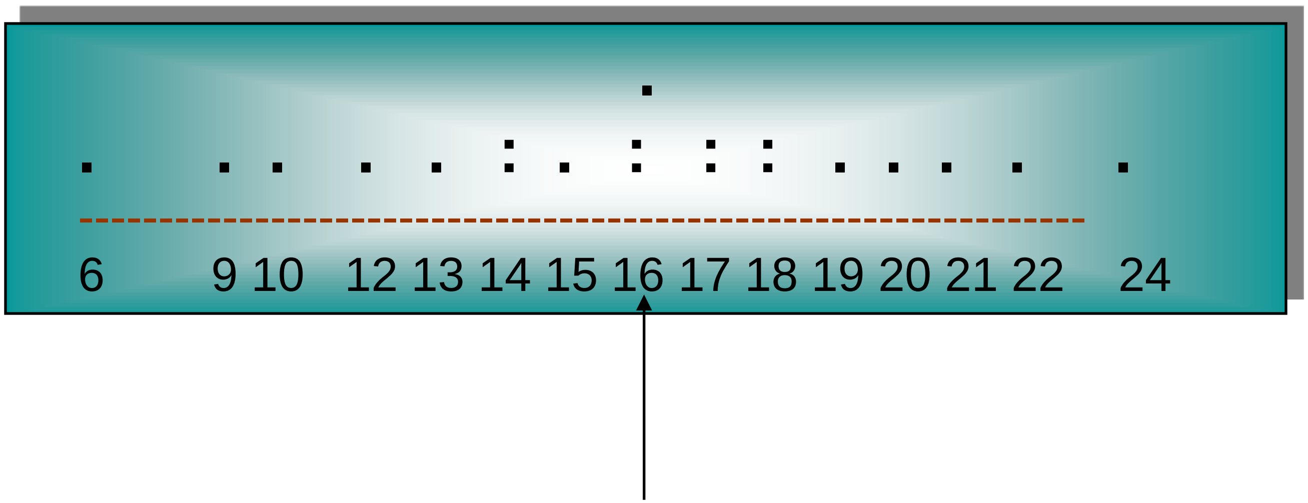
Modus



Modus = 16

Modus je vrijednost obilježja koja se najčešće javlja u seriji. To je vrijednost sa **najvećom frekvencijom**.

Modus

- Ne zavisi od članova serije
- Serija po broju modusa može biti:

1. Unimodalna – jedinstven modus
2. Bimodalna – dva modusa
3. Multimodalna – više.

- Nedostatak modusa

PRIMJER: U seriji sa podacima: 34, 12, 4 , 3 i 17, modus nije definisan.

Primjer 5

- 50 Domaćinstava imalo je sljedeće dnevne potrošnje hljeba u kg.

- Dakle, u 50 datih domaćinstava najčešće se troši 2 kg hljeba dnevno.

Hljeb u kg	Broj domaćinstava	
0.5	6	
1	7	
1.5	9	
2	18	← Modus
2.5	5	
3	3	
3.5	2	
Ukupno	**50**	

Modus za podatke grupisane u intervalne grupe

$$M_o = L_1 + \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)} i$$

- L1 – donja granica klase u kojoj se nalazi modus
- f1 – frekvencija susjedne klase sa manjim vrijednostima obilježja
- f2 – modalna frekvencija
- f3 - frekvencija susjedne klase sa većim vrijednostima obilježja
- i – širina grupnog intervala

Podaci iz primjera 3

Broj neispravnih proizvoda	Broj nabavki
Interval	f
10-14	2
14-18	5
18-22	5
22-26	8
26-30	**14**
30-34	8
34-38	4
Ukupno	**46**

$$L_1 = 26$$

$$f_1 = f_3 = 8$$

$$f_2 = 14$$

$$i = 4$$

$$Mo = 26 + \frac{6}{6+6} \cdot 4 = 28$$

Medijana

- **Medijana** je središnja vrijednost serije uređene po veličini. Dijeli seriju na dva jednaka dijela.
- Negrupisani podaci:

Neparan broj podataka

$$Me = x_{\frac{n+1}{2}}$$

Paran broj podataka

$$Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

Primjer 6

- Kontrolom mase 9 pakovanja kafe mase od 1000 grama, dobijeni su rezultati: 980, 975, 1010, 995, 1000, 1005, 998, 1002 i 1001. Odrediti medijanu.

- RJEŠENJE

Kako se ovdje radi o negrupisanim podacima i neparnim brojem podataka, moraju se prvo podaci poređati po veličini u rastući niz:

975	980	995	998	1000	1001	1002	1005	1010,
x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9

Na osnovu formule dobija se:

$Me = x_{9+1}/2 = x5 = 1000$

Primjer 1.2 (3) - Medijana

Sales	Sorted Sales
9	6
6	9
12	10
10	12
13	13
15	14
16	14
14	15
14	16
16	16
17	16
16	17
24	17
21	18
22	18
18	19
19	20
18	21
20	22
17	24

Medijana

$$Me = \frac{x_{\frac{20}{2}} + x_{\frac{20}{2}+1}}{2} = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{16+16}{2} = 16$$

Medijana – grupisani podaci bez intervalnih grupa

- Važe iste formule za paran i neparan broj podataka
- Treba izračunati kumulativne frekvencije
- Kumulante “ispod” i “iznad”
- PRIMJER 7.: Na osnovu rasporeda nastanjenih stanova prema broju lica, odrediti medijanu.

Rješenje

Broj lica	Broj stanova	Kumulacija (fk)	
x	f	ispod	iznad
1	259	259	2491
2	460	719	2232
3	478	1197	1772
4	564	1761	1294
5	282	2043	730
6	200	2243	448
7	248	2491	248
Ukupno	**2491**		

Me=x(2491+1) /2=x1246=4

Primjer 2: Na osnovu rasporeda domaćinstava prema mjesečnoj potrošnji jestivog ulja, odrediti medijanu.

Mjesečna potrošnja ulja u l	Broj dom.	Kumulacija (fk)	
x	f	ispod	iznad
1	80	80	800
2	140	220	720
3	170	390	580
4	200	590	410
5	110	700	210
6	70	770	100
7	30	800	30
Ukupno	**800**		

Rješenje

$$Me = \frac{x_{\frac{800}{2}} + x_{\frac{800}{2}+1}}{2} = \frac{x_{400} + x_{401}}{2} = \frac{4+4}{2} = 4$$

- Polovina domaćinstava troši manje od 4 l ulja mjesečno, a polovina više.

Medijana – podaci grupisani u intervale

$$M_e = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_1}{f_{Me}} i$$

- L1 – donja granica medijanskog intervala
- N – broj podataka u seriji
- ∑f1 – zbir frekvencija (kumulanta) predmedijanskog intervala
- fMe – stvarna frekvencija medijanskog intervala
- i – širina grupnog intervala

Primjer 3: Na osnovu raspodjele zarada među radnicima jednog preduzeća, odrediti medijanu.

Mjesečna zarada	Broj radnika	Kumulacija (fk)
1450.1-1550	1	1
1550.1-1650	3	4
1650.1-1750	6	10
1750.1-1850	11	21
1850.1-1950	20	41
1950.1-2050	25	66
2050.1-2150	18	84
2150.1-2250	9	93
2250.1-2350	5	98
2350.1-2450	2	100
Ukupno	**100**	

Rješenje

- N/2=100/2=50
- i=100
- Polovina radnika prima manje od 1986,1€, a polovina više od tog iznosa.

$$M_e = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_1}{f_{Me}} i = 1950{,}1 + \frac{\frac{100}{2} - 41}{25} 100 = 1950{,}1 + 36 = 1986{,}1$$

5. Medijana

Dati su podaci o utrošku vremena prilikom obrade naloga u jednoj banci:

- Koliko iznosi medijana?

Utrošak vremena	Broj naloga	fk
50-100	75	75
100-150	106	181
150-200	303	484
200-250	230	714
250-300	145	859
300-350	26	885
350-400	15	900
∑	900	

$$M_e = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_1}{f_{Me}} i = 150 + \frac{\frac{900}{2} - 181}{303} 50 = 194{,}389$$

Kvartili

- **Kvartili su one vrijednosti u seriji koje je dijele na četvrtine.**
- **Prvi kvartil je vrijednost ispod koje se nalazi 1/4 podataka.**
- **Drugi kvartil je vrijednost ispod koje se nalazi 1/2 podataka. To je ustvari medijana.**
- **Treći kvartil je vrijednost ispod koje se nalaze 3/4 podataka.**

Primjer 1-2 (2) - Kvartili

Sales	Sorted Sales		(n+1)P/100	Kvartili
9	6			
6	9			
12	10			
10	12			
13	13	Prvi kvartil	(20+1)25/100=5.25	13 + (.25)(1) = 13.25
15	14			
16	14			
14	15			
14	16			
16	16	Medijana	(20+1)50/100=10.5	16 + (.5)(0) = 16
17	16			
16	17			
24	17			
21	18			
22	18	Treći kvartil	(20+1)75/100=15.75	18+ (.75)(1) = 18.75
18	19			
19	20			
18	21			
20	22			
17	24			

Mjere varijacije ili disperzije

- Pokazuju odstupanja slučajne promjenljive X od njene aritmetičke sredine
- Aritmetička sredina – nedovoljna karakteristika skupa (rasporedi mogu imati isti prosjek a različitu disperziju)
- Ako je veća disperzija podataka oko prosjeka, tada su mjere varijacije veće u apsolutnom iznosu
- Podjela na apsolutne i relativne mjere

Apsolutne mjere varijacije

- **Iskazuju varijabilitet u apsolutnim iznosima**
- **Mogu biti pozicione ili izračunate**
- **Pozicione mjere disperzije:**
- **Razmak ili interval varijacije**
  - Razlika između najveće i najmanje vrijednosti
- **Interkvartilna razlika**
  - Razlika između trećeg i prvog kvartila **(Q_3 - Q_1)**

Interval varijacije

- Ima smisla samo za konačne skupove
- Na njega utiču samo krajnje vrijednosti obilježja
- Primjer 1.: Na mašini za proizvodnju okvira za naočare, u pet radnih dana, proizveden je škart od 5, 6, 8, 9 i 10 okvira. Izračunati interval varijacije.
- I=10-5=5
- **Odgovor**: Razlika između količine škarta okvira za naočare napravljenog petog i prvog dana iznosi 5 okvira.

Primjer 1-2 (3) Razmak i Interkvartilna razlika

Sales	Sorted Sales	Rang	
9	6	1	Minimum
6	9	2	
12	10	3	
10	12	4	
13	13	5	Prvi kvartil
15	14	6	
16	14	7	
14	15	8	
14	16	9	
16	16	10	
17	16	11	
16	17	12	
24	17	13	
21	18	14	
22	18	15	Treći kvartil
18	19	16	
19	20	17	
18	21	18	
20	22	19	
17	24	20	Maksimum

Razmak: Maksimum - Minimum = 24 - 6 = 18

$Q_1 = 13 + (.25)(1) = 13.25$

$Q_3 = 18 + (.75)(1) = 18.75$

Interkvartilna razlika: Q3 - Q1 = 18.75 - 13.25 = 5.5

Izračunate mjere varijacije

- **Srednje apsolutno odstupanje**
  – Prosjek apsolutnih odstupanja od aritmet. sredine
- **Varijansa**
  – Prosjek kvadratnih odstupanja od aritmet. sredine
- **Standardna devijacija**
  – Kvadratni korjen iz varijanse

Srednje apsolutno odstupanje

$$D = \frac{\sum \left| x_i - \overline{x} \right|}{n}$$

$$D = \frac{\sum f_i \left| x_i - \overline{x} \right|}{n}$$

- Primjer 3.: Na slučajan način u jednom gradu izabrano je pet preduzeća i popisan je broj fakultetski obrazovanih radnika: 30, 50, 70, 90 i 100. izračunati srednje apsolutno odstupanje.

Rješenje

Broj radnika sa fakultetom (x_i)		Apsolutna odstupanja
30	30-68=-38	38
50	50-68=-18	18
70	70-68= 2	2
90	90-68= 22	22
100	100-68=32	32
Ukupno:	0	112

$$\bar{x} = \frac{340}{5} = 68 \qquad D = \frac{112}{5} = 22{,}4$$

Primjer 4.

- U jednoj fabrici postoji 25 mašina za šivenje. Koliko se košulja mjesečno sašije pokazuje sledeća tabela.
- Izračunati srednje apsolutno odstupanje.

Broj košulja u 10^2 kom	Broj mašina
5	2
7	5
9	8
15	6
17	3
26	1
UKUPNO	25

Rješenje

- U ovom **Primjer**u aritmetička sredina iznosi:

$$\bar{x} = 11{,}36 * 10^2\, kom$$

- **Odgovor**: Prosječno se mjesečno sašije 1136 košulja.

- Ako se zbir vrijednosti 106,8 i 25 iz pete i druge kolone date tabele podijeli dobija se:

$$D = \frac{106{,}8}{25} = 4{,}272$$

- **Odgovor**: Srednje apsolutno odstupanje mjesečnog šivenja košulja kod svih mašina od prosješnog šivenja iznosi 427,2 komada košulja.

Broj košulja u 10^2 kom	Broj mašina	$x_i - \bar{x}$	$f_i(x_i - \bar{x})$	$f_i\lvert(x_i - \bar{x})\rvert$
5	2	5-11,36=-6,36	-12,72	12,72
7	5	-4,36	-21,80	21,80
9	8	-2,36	-18,88	18,88
15	6	3,64	21,84	21,84
17	3	5,64	16,92	16,92
26	1	14,64	14,64	14,64
UKUPNO	25	-	0	106,80